

В И С Н О В О К

про наукову новизну, теоретичне і практичне значення
результатів дисертації

Козловського Миколи Романовича

***“Необхідні і достатні умови на множину точок розриву
нарізно неперервних функцій”***

яка подається на здобуття наукового ступеня доктора філософії
у галузі знань 11 Математика та статистика
зі спеціальності 111 Математика

1. Обґрунтування вибору теми дослідження та її зв'язок із планами наукових робіт Чернівецького національного університету.

Дослідження зв'язків між нарізними і сукупними властивостями нарізно неперервних відображень є класичною тематикою теорії функцій, яка розвивається, починаючи з відомих робіт Рене Бера і Анрі Лебега. Важливе місце у даних дослідженнях займає питання про необхідні і достатні умови на множину точок розриву нарізно неперервних функцій двох і більше змінних. Значний вклад у розвиток даного напрямку зробили представники Чернівецької школи загальної теорії функцій, які починаючи з 80-х років 20-го століття активно працюють у теорії нарізно неперервних відображень. Незважаючи на зусилля багатьох математиків, залишається чимало відкритих питань і нерозв'язаних проблем, які стосуються нарізно неперервних функцій та їх аналогів. Це свідчить про актуальність подальших досліджень множини точок розриву нарізно неперервних функцій, до яких належить дисертаційна робота Миколи Козловського.

Тема дисертаційної роботи відповідає одному із напрямків наукової роботи кафедри математичного аналізу Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича. Дослідження проводились під керівництвом професора Володимира Михайлюка в рамках науково-дослідної теми кафедри «Властивості відображень в топологічних і топологічних векторних просторах» (номер державної реєстрації ДР № 0120U105711).

Об'єкт дослідження: топологічні простори з додатковими властивостями (метризовність, компактність, сепарабельність, цілком регулярність), нарізно неперервні функції, сильно нарізно неперервні функції на добутках, фільтри.

Предмет дослідження: властивості множини точок розриву нарізно неперервних та сильно нарізно неперервних функцій багатьох змінних.

Методи дослідження: у дисертаційній роботі використовуються побудови, які використовують локально скінченні сім'ї відкритих множин у метричних просторах; збіжні послідовності у топологічних просторах; модифікації функції Шварца; збіжні послідовності відкритих множин у компактних просторах; спеціальні простори, породжені фільтрами множин на натуральних числах.

2. Формулювання наукового завдання, нове розв'язання якого отримано в дисертації. Дисертаційна робота присвячена розв'язанню таких завдань: розв'язати спеціальну обернену задачу для множини $A \times B$ замкненої ніде не щільної множини A у метризовному просторі X і функціонально замкненої ніде не щільної множини B у топологічному просторі Y ; дослідити існування нарізно неперервної функції на добутку компактифікацій Стоуна-Чеха зліченного дискретного простору з множиною точок розриву, яка дорівнює квадрату наросту; встановити необхідні і достатні умови на точку в добутку n компактних просторів для існування нарізно неперервної функції з одноточковим розривом; встановити необхідні і достатні умови для існування (сильно) нарізно неперервної функції з даним одноточковим G_δ -розривом на добутку довільних цілком регулярних просторів.

3. Наукові положення, розроблені особисто дисертантом, та їх новизна.

У дисертаційному дослідженні одержано наступні нові результати:

- введено поняття регулярної множини у топологічному просторі і досліджено властивості регулярних множин, зокрема, доведено, що кожна замкнена ніде не щільна множина у метризовному просторі є регулярною;
- розв'язано спеціальну обернену задачу для добутку $A \times B$ регулярної множини A і функціонально замкненої множини B , що узагальнює відомі результати у даному напрямку;

- доведено, що не існує нарізно неперервної функції на добутку двох компактифікацій Стоуна_Чеха дискретного зліченного простору, множина точок розриву якої дорівнює добутку наростів цих компактифікацій;
- в термінах збіжних послідовностей відкритих множин встановлено необхідні і достатні умови існування (сильно) нарізно неперервної функції на добутку n компактних просторів з даним одноточковим розривом, що узагальнює аналогічний результат В.Михайлюка про нарізно неперервні функції двох змінних;
- в термінах майже когерентності P -фільтрів на зліченній множині встановлено необхідні і достатні умови того, що на добутку довільних n цілком регулярних просторів існує (сильно) нарізно неперервна функція з даним проєктивно ніде не щільним одноточковим G_δ -розривом, що узагальнює подібний результат Т.Банаха, О.Маслюченка і В.Михайлюка про нарізно неперервні функції двох змінних.

4. Обґрунтованість і достовірність наукових положень, висновків і рекомендацій, які захищаються.

Результати дисертаційної роботи, які захищаються, дають розв'язання поставлених перед дисертантом завдань. Вони належним чином обґрунтовані, всі нові твердження містять повні доведення і приводять до цілком достовірних наукових висновків.

Дисертація складається зі вступу, шести розділів, висновків до розділів, загальних висновків, списку використаних джерел і одного додатку. Дисертаційна робота має завершений вигляд, є самостійною науковою працею, висновки до неї повністю відображають наукову новизну досліджень і сформульовані автором самостійно.

5. Рівень теоретичної підготовки здобувача, його особистий внесок у розв'язання конкретного наукового завдання. Рівень обізнаності здобувача з результатами наукових досліджень інших учених.

Здобувач продемонстрував високий рівень теоретичної підготовки і глибоку обізнаність з результатами наукових досліджень інших учених. Запропоновані розв'язання наукових завдань розвивають методики досліджень, які були

застосовані раніше, використовують результати з різних наукових джерел, а також базуються на нових поняттях і приводять до висновків, які описують нові явища. Особистий внесок здобувача у розв'язання всіх завдань є безсумнівно високим, адже робота базується на наукових публікаціях автора, майже всі з яких є одноосібними.

6. Наукове та практичне значення роботи.

Дисертаційна робота є вагомим внеском у дослідження сукупних властивостей нарізно неперервних функцій та їх аналогів. Вона містить результати, які узагальнюють теореми попередників, а також використовує нові ідеї і методи. Розв'язання спеціальної оберненої задачі для добутку регулярної і функціонально замкненої нїде не щільної множини створює нові можливості для вивчення властивостей множини точок розриву нарізно неперервних функцій на добутку метризовних і компактних просторів. Узагальнення результатів про одноточкові розриви на випадки нарізно неперервних і сильно нарізно неперервних функцій багатьох змінних вказують на перспективу можливих узагальнень багатьох результатів про нарізно неперервні функції на випадок сильно нарізно неперервних функцій, що має безсумнівний науковий інтерес.

7. Повнота викладу матеріалів дисертації у публікаціях та особистий внесок здобувача в публікації, виконані у співавторстві.

Результат перевірки тексту дисертаційної роботи з використанням антиплагіатної системи Turnitin показав 8% схожості з джерелами з Інтернету. Робота відповідає принципам академічної доброчесності.

Результати дисертаційної роботи висвітлені в 11 публікаціях, 7 з яких представляють основні результати і висновки дисертаційної роботи: 1 публікація у виданні, включеному до переліку наукових фахових видань України категорії «Б», 4 публікації у виданнях, включених до переліку наукових фахових видань України та проіндексованих у наукометричній базі даних Scopus і мають квартилі Q3 і Q2; 2 публікації у періодичному науковому виданні, проіндексованому у наукометричній базі даних Scopus (Q2). Матеріали дисертації доповідались і опубліковані у 4 тезах доповідей на Міжнародних наукових конференціях.

Результати повною мірою опубліковані у зазначених публікаціях. Всі результати, включені в дисертацію, одержані самостійно. У єдиній спільній публікації співавтору належить ідея розгляду нарізно неперервних функцій на добутку компактифікацій Стоуна-Чеха.

Наукові праці у періодичних наукових фахових виданнях України

1. Козловський, М. Характеризація одноточкових розривів нарізно неперервних функцій багатьох змінних, *Буковинський математичний журнал* 2024, 12 (1), с. 63-73.

Наукові праці у періодичних наукових фахових виданнях України та проіндексованих у наукометричній базі даних Scopus

2. Козловський, М. Одноточкові розриви нарізно неперервних функцій багатьох змінних на добутку компактних просторів, *Proceedings of the International Geometry Center* 2023. 16(2), С. 105-115. (Q3)
3. Kozlovskiy, M. Discontinuous strongly separately continuous function of several variable and near coherence of two P-filters, *Carpathian Mathematical Publications* 2024, 16(2), P. 469-483. (Q2)

Наукові праці у періодичних наукових виданнях, проіндексованих у наукометричній базі даних Scopus

4. Kozlovskiy, M.; Mykhaylyuk, V. Separately continuous functions with a given rectangular set of points of discontinuity, *European Journal of Mathematics* 2022, 8 (Suppl 1), P. 330–345. (Q2)

Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації

5. Kozlovskiy, M. Regular sets and separately continuous functions. Current trends in abstract and applied analysis: матеріали міжнародної наукової онлайн конференції, м. Івано-Франківськ, 12-15 травня 2022р. Івано-Франківськ, 2022, P. 43-44.
6. Kozlovskiy M. The special inverse problem on the Cech-Stone compactification. *Прикладна математика та інформаційні технології*: матеріали

міжнародної наукової конференції, м. Чернівці, 22-24 вересня 2022р. Чернівці, 2022, Р. 225.

7. Kozlovskiy M. Separately continuous functions for the space with the regular subset. *Математика та інформаційні технології*: матеріали міжнародної наукової конференції, м. Чернівці, 28-30 вересня 2023р. Чернівці, 2023, Р. 77-78.
8. Kozlovskiy, M. One-point discontinuity of separately continuous function of several variables. *V Міжнародна конференція, присвячена 145-річчю з дня народження Ганса Гана*. Чернівці. 23-27 вересня 2024 р. Чернівці, Р. 152-153.

8. Апробація матеріалів дисертації здійснювалася на таких конференціях:

1. The International Online Conference "Current Trends in Abstract and Applied Analysis", Ivano-Frankivsk, May 12-15, 2022.
2. Міжнародна наукова конференція „Прикладна математика та інформаційні технології”, присвячена 60-річчю кафедри прикладної математики та інформаційних технологій, Чернівці, 22-24 вересня 2022 р.
3. Міжнародна наукова конференція „Математика та інформаційні технології”, присвячена 55-річчю факультету математики та інформатики, Чернівці, 28-30 вересня 2023р.
4. Міжнародна конференція, присвячена 145-річчю з дня народження Ганса Гана. Чернівці. 23-27 вересня 2024 р.

9. Оцінка мови і стилю дисертації.

Мова і стиль дисертації цілком відповідають вимогам до такого типу робіт.

10. Відповідність змісту дисертації спеціальності з відповідної галузі знань, з якої вона подається до захисту.

Зміст дисертації відповідає чинним вимогам до оформлення дисертаційних робіт, встановленим освітньо-науковою програмою «Математика» галузі знань 11 «Математика та статистика», спеціальності 111 «Математика».

11. Дотримання нормативних вимог щодо оформлення дисертації.

Нормативні вимоги щодо оформлення дисертації дотримані повністю.

12. Рекомендації дисертації до захисту.

Дисертаційна робота Козловського Миколи Романовича «Необхідні і достатні умови на множині точок розриву нарізно неперервних функцій», подана на здобуття ступеня доктора філософії у галузі знань 11 – Математика та статистика за спеціальністю 111 – Математика за її актуальністю, новизною і науково-теоретичним рівнем обґрунтованості результатів відповідає вимогам пунктів 6, 7, 8, 9 «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України від 12 січня 2022 р., № 44 (із змінами внесеними згідно з Постановами Кабінету Міністрів України № 341 від 21 березня 2022 р., № 502 від 19 травня 2023 р., №507 від 3 травня 2024 р.).

За результатами публічної презентації результатів дисертації та їх обговорення на засіданні кафедри математичного аналізу факультету математики та інформатики Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича 20 лютого 2025 року дисертацію Козловського Миколи Романовича рекомендовано до захисту в разовій спеціалізованій вченій раді для здобуття ступеня доктора філософії у галузі знань 11 – Математика та статистика за спеціальністю 111 – Математика.

Голова засідання
кафедри математичного аналізу,
доктор фізико-математичних наук,
професор кафедри математичного
аналізу Чернівецького національного
університету імені Юрія Федьковича



Олена Карлова

