

## Рецензія

офіційного рецензента, доктора фізико-математичних наук, доцента,  
доцента кафедри математичного моделювання

Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича

Клевчука Івана Івановича

на дисертацію Візінської Ірини Іванівни

«Апроксимація початкових і крайових задач для диференціально  
функціональних рівнянь та їх числове моделювання»,

яка подана на здобуття наукового ступеня доктора філософії

за спеціальністю 113 – «Прикладна математика»

в галузі знань 11 – «Математика та статистика»

**Актуальність теми.** Багато прикладних задач нелінійної механіки, теорії оптимального керування, хімічної кінетики приводять до систем диференціально-різницевих та диференціально-функціональних рівнянь. Наявність відхилення аргументу у рівнянні породжує властивості його розв'язків, що можуть принципово якісно відрізнятися від властивостей розв'язків рівнянь без відхилення. Такі рівняння є математичними моделями ряду прикладних задач в теорії в системах автоматичного регулювання та керування процесами в нейронних системах та електричних ланцюгах, хімічних та інших технологічних процесах.

На даний час досліджено широке коло задач, що пов'язані із диференціально-функціональними рівняннями. Достатньо добре вивченими є системи диференціально-різницевих рівнянь із запізненням та окремі класи диференціально-функціональних рівнянь. Переважна частина досліджень з цієї тематики стосується аналізу асимптотичних властивостей розв'язків початкових та крайових задач, розвитку методу усереднення, методу інтегральних многовидів та інших методів теорії звичайних диференціальних для якісного аналізу диференціально-функціональних рівнянь.

При цьому в останній час значне поширення набули чисельно-аналітичні методи, які в певному розумінні є універсальними. Їх застосовують як до

дослідження існування, так і для практичної побудови розв'язків, тому що ці методи виявилися зручними для реалізації на ЕОМ.

Оснoву досліджень дисертаційної роботи складають розробка та обґрунтування схем апроксимацій різних класів диференціально-різницевих та диференціально-функціональних рівнянь, що дало можливість провести аналогію між властивостями розв'язків таких рівнянь і властивостями розв'язків систем звичайних диференціальних рівнянь. У зв'язку з цим тема дисертаційної роботи є важливою і актуальною.

**Структура та зміст дисертаційної роботи.** Дисертація складається з анотації, вступу, чотирьох розділів, висновків, переліку умовних позначень, списку використаних джерел (104 найменувань) та трьох додатків.

У вступі обґрунтовано актуальність теми дисертації, вказано мету, задачі й методи дослідження, наукову новизну отриманих результатів, їх апробацію тощо.

У першому розділі дисертації наведений достатньо детальний огляд результатів інших авторів, які є близькими до теми дисертаційної роботи.

Основні самостійні наукові результати дисертаційної роботи наведено в другому, третьому та четвертому розділах. Об'єктом дослідження в дисертаційній роботі є схеми апроксимації початкових задач для систем лінійних диференціально-різницевих рівнянь з багатьма запізненнями послідовністю систем звичайних диференціальних рівнянь та та їх застосування до дослідження на стійкість систем лінійних диференціально-різницевих рівнянь. За допомогою алгоритмів наближеного знаходження неасимптотичних коренів квазіполіномів запропоновано методику дослідження стійкості лінійних диференціальних рівнянь із запізненням, та знаходження області значень запізнення, для яких рівняння є асимптотично стійким.

Реалізація запропонованих алгоритмів дослідження стійкості розв'язків лінійних диференціально-різницевих рівнянь продемонстровано на модельних тестових прикладах. Описано розроблене прикладне програмне забезпечення для моделювання стійкості лінійних систем диференціально-різницевих

рівнянь та знаходження наближених розв'язків крайових задач для інтегродиференціальних рівнянь із запізненням.

### **Наукова новизна і ступінь обґрунтованості результатів дисертації.**

Дисертаційна робота виконана на кафедрі математичного моделювання в рамках її наукової тематики "Дослідження асимптотичної поведінки розв'язків диференціально-функціональних та еволюційних рівнянь і моделювання детермінованих та стохастичних прикладних процесів" (номер держреєстрації 0113U003171). Наукові положення подані у даній дисертації добре обґрунтовані та описані у відповідних розділах. Результати дисертаційної роботи, які винесені на захист, відповідають меті та завданням роботи, обговорювалися на наукових семінарах кафедри математичного моделювання та на 11 Міжнародних наукових конференціях.

Основні результати дисертації, які виносяться на захист, є новими і математично обґрунтованими. Всі доведення теорем є повними і коректними.

### **Теоретичне та практичне значення одержаних результатів.**

Ідеї та підходи, які використані для досліджень, є результативними, дають можливість обґрунтувати запропоновані схеми апроксимації початкових задач для диференціально-функціональних рівнянь, а розроблена в роботі методика має значний прикладний потенціал. Її результати сприятимуть подальшому розвитку теорії диференціально-функціональних рівнянь і можуть бути використані при дослідженні задач теорії керування, біології, економіки та інших галузей науки і техніки, математичними моделями яких є такі рівняння

**Повнота викладу в опублікованих працях та апробація роботи.** Всі основні положення і висновки дисертаційної роботи достатньо детально висвітлені в наукових публікаціях автора у фахових виданнях та апробовані на 11 Міжнародних наукових конференціях.

Дисертація Візінської І.І. відповідає всім вимогам за кількістю публікацій (5 наукових статей) за темою дисертації у фахових виданнях, а також вимогам щодо об'єму та оформлення роботи.

### **Зауваження та побажання.**

1. Схеми апроксимації, наведені в роботі для диференціально-різницевих рівнянь із сталими запізненнями. Чи можна перенести дану методику на випадок рівнянь із змінним запізненням?
2. Наведені в роботі модельні приклади, розглядаються для систем не вище другого порядку. Як реалізувати на практиці запропоновані в роботі алгоритми для систем із запізненням, розмірність яких більша двох?
3. У зауваженні 4.1 на ст. 109 замість терміну «апроксимуюча стійкість» потрібно вживати асимптотична стійкість.
4. У розділі 2 для рівнянь нейтрального типу із сталими коефіцієнтами треба накласти умову, яка б забезпечувала існування такого числа  $b < 0$ , щоб існувало не більше ніж скінченне число коренів характеристичного рівняння, у яких дійсні частини більші  $b$ .
5. Дисертаційна робота добре стилістично і грамотно оформлена, хоча і містить незначну кількість технічних неточностей (ст. 63, 68, 109).

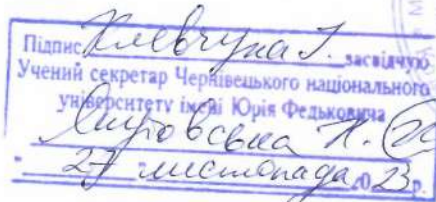
Наведені зауваження та побажання не впливають на загальну позитивну оцінку дисертації і можуть бути предметом подальших наукових досліджень.

**Висновок.** Дисертаційна робота Візінської Ірини Іванівни «Апроксимація початкових і крайових задач для диференціально функціональних рівнянь та їх числове моделювання» є завершеною науковою працею, яка за актуальністю, науково-теоретичним рівнем одержаних в ній результатів та їх практичною цінністю відповідає вимогам пунктів 6, 7, 8, 9 «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України від 12 січня 2022 р. №44 (із змінами внесеними згідно з Постановою Кабінету Міністрів України від 21 березня 2022 р. №431), а її автор Візінська Ірина Іванівна заслуговує на здобуття ступеня доктора філософії за спеціальністю 113 – «Прикладна математика» в галузі знань 11 – «Математика та статистика».

Рецензент, доктор фізико-математичних наук, доцент,  
доцент кафедри математичного моделювання

Чернівецького національного університету

імені Юрія Федьковича



*Клевчук*

Іван КЛЕВЧУК